

• ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΜΕΘΟΔΟΥ ΔΙΧΟΤΟΜΗΣΗΣ •

Να υπολογιστεί, πόσα βήματα απαιτούνται για του υπολογισμο της προσέγγισης που απέχει 10^{-5} το πολύ από των x^* , με x^* να είναι ρίζα ^{μοναδική} της εξίσωσης $f(x)=0$ εάν $f(x)=x^3-2x-5$ στο διάστημα $(2,3)$

ΛΥΣΗ

Παρατηρούμε ότι:

$$\begin{aligned} f(2) &= 8 - 2 \cdot 2 - 5 = -1 < 0 \\ f(3) &= 27 - 2 \cdot 3 - 5 = 16 > 0 \end{aligned} \quad \not\Rightarrow \text{sgn}(f(2)) \neq \text{sgn}(f(3)) \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} &\text{α.τ.} \\ &\Rightarrow \exists x^* \in (2,3) \text{ ώστε } f(x^*)=0 \\ f'(x) &= 3x^2 - 2x > 0 \\ \forall x \in (2,3) &\quad \not\Rightarrow \text{η } f \uparrow \text{ στο } (2,3) \end{aligned}$$

άρα η ρίζα είναι και μοναδική

$$\text{αλλά } \varepsilon = 10^{-5}, \text{ είναι } |x_n - x^*| \leq \varepsilon = 10^{-5}$$

$$\text{και δείχνεται ότι } n \geq \log\left(\frac{b-a}{\varepsilon}\right) / \log 2$$

$$\text{άρα } n \geq \log\left(\frac{3-2}{10^{-5}}\right) / \log 2 = \log 10^5 / \log 2 = 5 \cdot \frac{\log 10}{\log 2}$$

$$\approx 17$$